

Έστω μια συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής

να δείξω ότι η εξίσωση $x = \frac{f(x)}{f^2(x)+1}$ έχει τουλάχιστον μια λύση στο $(-1,1)$

Λύση:

$$(f^2(x) + 1)x - f(x) = 0$$

$$\text{θέτω } g(x) = (f^2(x) + 1)x - f(x)$$

η $g(x)$ συνεχής στο $(-1,1)$ ως άθροισμα συνεχών

$$g(-1) = -(f^2(-1) + 1) - f(-1)$$

$$g(1) = (f^2(1) + 1) - f(1)$$