

Αναστάσιος Χ. Μπάρπας

Διανύσματα

Ευθεία

Κωνικές Τομές

Θεωρία Αριθμών

Θέματα Εξετάσεων

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**Β' Λυκείου**

**ΘΕΤΙΚΗΣ &  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ  
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**



ΕΛΛΗΝΟΕΚΔΟΤΙΚΗ

12.\* Αν το σημείο  $N$  κινείται πάνω στην ευθεία  $\varepsilon: x - y + 1 = 0$ , να βρείτε που κινείται το συμμετρικό  $M$  του σημείου  $N$  ως προς την ευθεία  $\eta: x + 2y - 2 = 0$ .

### Λύση

Έστω  $N(\alpha, \beta)$ .

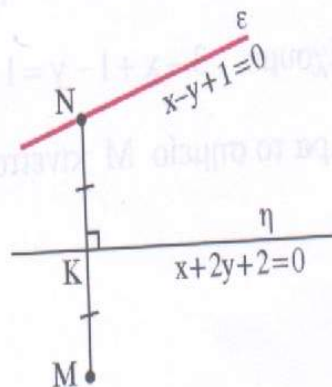
Επειδή  $N \in \varepsilon$  έχουμε  $\alpha - \beta + 1 = 0 \Leftrightarrow \beta = \alpha + 1$ .

Άρα  $N(\alpha, \alpha + 1)$ .

Θα βρούμε το συμμετρικό του  $N$  ως προς την ευθεία  $\eta$ .

Είναι  $\lambda_{\eta} = -\frac{1}{2}$  οπότε  $\lambda_{NK} = 2$

και  $NK: y - (\alpha + 1) = 2(x - \alpha) \Leftrightarrow 2x - y - \alpha + 1 = 0$



το σημείο  $K$  έχει συντεταγμένες τη λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ 2x - y - \alpha + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2\alpha}{5} \text{ και } y = \frac{5 - \alpha}{5}$$

Άρα  $K\left(\frac{2\alpha}{5}, \frac{5 - \alpha}{5}\right)$ .

Είναι  $x_K = \frac{x_N + y_M}{2}$  και  $y_K = \frac{y_N + y_M}{2}$

από τις οποίες βρίσκουμε  $M\left(\frac{2}{5}, \frac{5 - 7\alpha}{5}\right)$ .

Έστω  $M(x, y)$ .

$$\text{Είναι } \begin{cases} x = \frac{\alpha}{5} \\ y = \frac{5 - 7\alpha}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -5x \\ y = -\frac{5 - 7(-5x)}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 7x + 1 \end{cases}$$

Άρα το σημείο  $M$  κινείται στην ευθεία  $y = 7x + 1$ .